autotetraploid *Brassica oleracea*. J. Genet. **38**, 325—40 (1939). — 10. HOWARD, H. W.: The effect of polyploidy and hybridity on seed size in crosses between *Brassica chinensis*, *B. carinata*, amphidiploid *B. chinensis-carinata* and autotetraploid *B. chinensis*. J. Genet. **43**, 105—19 (1942). — 11. HOWARD, H. W.: Seed size in crosses between diploid and autotetraploid *Nasturtium officinale* and allotetraploid *N. uniseriatum*. J. Genet. **48**, 111—118 (1947/48). — 12. HOWARD, H. W., and I. MANTON: Autopolyploid and allopolyploid watercress with the description of a new species. Ann. Bot. N. S. **10**, 1—13 (1946). — 13. KAWAKAMI, I.: Chromosome numbers in Leguminosae Bot. Mag. Tokyo, **44**, 319—28 (1930). — 14. KOSTOFF, D.: Ontogeny, genetics and cytology of *Nicotiana* hybrids. Genetica **XII**, 33—118 (1930). — 15. MUKHERJEE, B. B., and R. R. AGARWAL: Review on green manuring practices in India. I. C. A. R. Bull. No. 68 (1950). — 16. MÜNTZING, A.: Outlines to a genetic monograph of the genus *Galeopsis*. Hereditas **XIII**, 185—341 (1930a). — 17. MÜNTZING, A.: Über Chromosomenvermehrung in *Galeopsis*-Kreuzungen und ihre phylogenetische Bedeutung. Ibid. **XIV**, 153—72 (1930b). — 18. RAO, Y. S.: Chromosome numbers in *Sesbania*. Cur. Sa. **15**, 78 (1946). — 19. THOMPSON, W. P.: Causes of difference in success of reciprocal interspecific crosses. Amer. Nat. LXIV, 407—21 (1930). — 20. WATKINS, A. E.: Hybrid sterility and incompatibility. J. Genet. **25**, 125—62 (1932). — 21. WATT, G.: The Commercial Products of India. London (1908).

Aus dem Institut für Landw. Botanik der Universität Bonn

# Vereinfachte Prüfung der Additivität bei Streuungszerlegungen (Varianzanalysen)

Von **F. WEILING**

Mit 1 Abbildung

Als das wohl bestbekannte stochastische Analyseverfahren darf die Streuungszerlegung gelten. Ursprünglich von R. A. FISHER für Belange des landwirtschaftlichen Ertragsversuchswesens entwickelt, ist ihre allgemeine Bedeutung schnell erkannt worden. Weniger gut sind dagegen vielfach die Voraussetzungen bekannt, unter denen die Streuungszerlegung erfolgversprechend angewendet werden kann. Die Nichtbeachtung dieser Voraussetzungen hat oft zur Folge, daß die Möglichkeiten, die die Streuungszerlegung bietet, nicht gänzlich ausgeschöpft oder gar das Verfahren als solches gelegentlich als unzulänglich betrachtet werden.

Unter den 4 Voraussetzungen für die Anwendbarkeit der Streuungszerlegung: Additivität der Einzeleffekte, Streuungsgleichheit in den verschiedenen Behandlungs- (Versuchs-)reihen, Normalität und stochastische Unabhängigkeit der Einzeldaten, nimmt die Additivität die erste und wichtigste Stelle ein, wie wohl EISENHART (1947) als erster herausgestellt hat. Die relativ späte Erkenntnis der Bedeutung der Additivität beruht darauf, daß diese die Bedingungen der Streuungsgleichheit und Normalität in gewissem Umfang umfaßt, so daß sie in vielen Fällen implicite gegeben ist. TUKEY hat 1949 für einfache und doppelte Streuungszerlegungen einen Test mitgeteilt, mit dessen Hilfe das Fehlen der Additivität geprüft werden kann. Auf eine Anregung SNEDECORs hin hat er 1955 eine allgemeine Form dieses Testes angegeben und sie an einem „lateinischen Quadrat" demonstriert. Dieser Test beruht im wesentlichen darauf, daß von dem bei der Streuungszerlegung sich ergebenden „Fehler" die durch die Abweichung vom additiven Modell sich ergebende Summe von Abweichungsquadraten ($\Sigma AQ$) mit einem Freiheitsgrad abgezogen und gegen den alsdann verbleibenden Rest getestet wird. Leider ist die Durchführung dieses Testes selbst in seiner einfachen Form recht umständlich und bei größerem Umfang der Versuchsdaten erheblich aufwendiger als die eigentliche Streuungszerlegung. Dies mag, abgesehen davon, daß dieser Test bisher wenig bekannt ist (eine eingehende Darstellung siehe bei SNEDECOR, 5. Aufl. 1956), die Ursache dafür sein, daß er bisher wenig angewendet wird. Bei der Bedeutung, die der Streuungszerlegung im landwirtschaftlichen und nicht zuletzt im züchterischen Versuchswesen zukommt, seien daher für den Fall einer einfachen und doppelten Streuungszerlegung eine Vereinfachung des Testverfahrens dargestellt, sowie für den Fall einer mehrfachen Streuungszerlegung gewisse Gesichtspunkte mitgeteilt, die die Beurteilung der Additivität zu erleichtern vermögene

## 1. Das Testverfahren im Falle einer einfachen und doppelten Streuungszerlegung

Dieses Testverfahren sei zunächst in der von TUKEY angegebenen und von SNEDECOR übernommenen Form an einem kurzen Beispiel soweit dargestellt, wie es zum Verständnis der Vereinfachung erforderlich ist.

Beispiel: Beurteilung der Zahl der Univalente in den Pollenmutterzellen (PMZ) dreier $F_1$-Artbastarde *Cucurbita moschata* × *C. foetidissima* (vgl. WEILING 1960) (siehe Tab. 1).

Tabelle 1.

| Zahl der PMZ | Pflanze 1 | Pflanze 2 | Pflanze 3 | Summe $X_j$ | Durchschnitt $\bar{x}_j$ | Abweichung $d_j = \bar{x}_j - \bar{x}$ | Produktsumme $p_j = \Sigma x_{ij} d_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 10 | 26 | 44 | 14,67 | — 0,53 | + 234,4 |
| 2 | 2 | 6 | 28 | 36 | 12,00 | — 3,20 | + 334,8 |
| 3 | 8 | 22 | 30 | 60 | 20,00 | + 4,80 | + 247,2 |
| 4 | 2 | 10 | 30 | 42 | 14,00 | — 1,20 | + 348,0 |
| 5 | 6 | 11 | 29 | 46 | 15,33 | + 0,13 | + 291,2 |
| Summe $X_i$ | 26 | 59 | 143 | 228 | | | 1455,6 |
| Durchschnitt $\bar{x}_i$ | 5,2 | 11,8 | 28,6 | | 15,2 | | |
| Abweichung $d_i = \bar{x}_i - \bar{x}$ | — 10,0 | — 3,4 | + 13,4 | | | | |

Anmerkung: $\Sigma d_i$ und $\Sigma d_j$ müssen gleich 0 sein.

Die Rechnung verläuft folgendermaßen:

1. Man bilde die Summen $X_i$, $X_j$, die Durchschnitte $\bar{x}_i$, $\bar{x}_j$ und die Abweichungen $d_i = \bar{x}_i - \bar{x}$ und $d_j = \bar{x}_j - \bar{x}$.
2. Man bilde die Produktsummen $p_j = \Sigma x_{ij} d_i$, z. B. $p_1 = 8 \cdot (-10{,}0) + 10 \cdot (-3{,}4) + 26 \cdot (+13{,}4) = +234{,}4$.
3. Man berechne $P = \Sigma p_j d_j$: $(-0{,}53) \cdot 234{,}4 + (-3{,}20) \cdot 334{,}8 + (+4{,}80) \cdot 247{,}2 + (-1{,}20) \cdot 348{,}0 + (+0{,}13) \cdot 291{,}2 = -388{,}776$.
4. Man berechne $\Sigma d_i^2 := 291{,}12$.
5. Man berechne $\Sigma d_j^2 := 35{,}0178$.
6. Die Summe der Abweichungsquadrate ($\Sigma AQ$) für das „Fehlen der Additivität" beträgt:

$$\frac{P^2}{\Sigma d_i^2 \cdot \Sigma d_j^2} = \frac{(-388{,}776)^2}{291{,}12 \cdot 35{,}0178} = 14{,}8265$$

7. Streuungszerlegung:

| Ursache | $\Sigma AQ$ | Fg | $\varnothing\,\Sigma AQ$ | F |
|---|---|---|---|---|
| Total | 1648,4 | 14 | | |
| Pflanzen | 1455,6 | 2 | 727,8 | $66{,}365^{+++}$ |
| Wiederholungen | 105,0667 | 4 | 26,2667 | $2{,}395^{-}$ |
| Fehler | 87,7333 | 8 | 10,9667 | |

8. Beurteilung der Additivität:

| Ursache | $\Sigma AQ$ | Fg | $\varnothing\,\Sigma AQ$ | F |
|---|---|---|---|---|
| Fehler | 87,7333 | 8 | | |
| Fehlen der Additivität | 14,8265 | 1 | 14,8265 | $1{,}424^{-}$ |
| Rest | 72,9068 | 7 | 10,4153 | |

Die $\Sigma$AQ für das „Fehlen der Additivität" (siehe unter 6) wird von der $\Sigma\text{AQ}_{\text{Fehler}}$ abgezogen. Anschließend wird die $\varnothing\ \Sigma\text{AQ}_{\text{Fehlen der Additivität}}$ gegen die $\varnothing\ \Sigma$AQ des verbleibendes Restes mit Hilfe des F-Testes auf Signifikanz geprüft.

Diese Rechnung vereinfacht sich erheblich dadurch, daß auf die Berechnung der Durchschnitte $\bar{x}_i$, $\bar{x}_j$, der Abweichungen $d_i$, $d_j$ und der Quadratsummen der Abweichungen $\Sigma d_i$, $\Sigma d_j$ verzichtet werden kann. Überdies läßt sich die Berücksichtigung der wechselnden Vorzeichen bei der Berechnung von $P$ vermeiden. Es läßt sich zeigen, daß

$$\Sigma\text{AQ}_{\text{Fehlen d. Additivität}} = \frac{[\Sigma x_{ij} X_i X_j - \Sigma x_{ij} (\Sigma\text{AQ}_R + \Sigma\text{AQ}_Z + \text{Korr})]^2}{N \cdot \Sigma\text{AQ}_R \cdot \Sigma\text{AQ}_Z} \tag{1}$$

ist, wobei sämtliche Größen dieser Beziehung mit Ausnahme von $\Sigma x_{ij} X_i X_j$ aus der Streuungszerlegung bzw. ihrer Durchführung bekannt sind. Es ist:

$\Sigma x_{ij}$ = Summe aller Versuchsdaten

$N$ = Gesamtzahl aller Versuchsdaten

$\Sigma\text{AQ}_R$ = Summe der Abweichungsquadrate zwischen den Versuchsreihen (in unserm Beispiel zwischen den Pflanzen)

$\Sigma\text{AQ}_Z$ = Summe der Abweichungsquadrate zwischen den Zeilen (in unserm Beispiel zwischen den Wiederholungen)

Korr $= \frac{1}{N} (\Sigma x_{ij})^2$ das Korrekturglied.

$\Sigma x_{ij} X_i X_j$ stellt die Summe der Produkte jedes Versuchswertes $x_{ij}$ mit der zugehörigen Reihen- und Zeilensumme ($X_i$, $X_j$) dar. Diese Rechnung läßt sich mit einer Maschine, die über Rückübertragung und Speicherwerk verfügt, in einem Arbeitsgang durchführen. Bei geeigneter Maschinenkonstruktion erscheint nach der Berechnung jeder $\Sigma x_{ij} X_i$ das zugehörige $X_j$ im Umdrehungszählwerk (Kontrollmöglichkeit). Die $\Sigma x_{ij} X_i$ sind für eine spätere Rechnung festzuhalten.

Für unser Beispiel ergibt sich:

$$\Sigma\text{AQ}_{\text{F. d. Additivität}} = \frac{[1\,140\,160 - 228\,(1455{,}6 + 105{,}0667 + 3465{,}6)]^2}{15 \cdot 1455{,}6 \cdot 105{,}0667} = 14{,}8102.$$

Die geringfügige Abweichung gegenüber dem Tukeyschen Verfahren ist durch Rundungsfehler bei diesem Verfahren bedingt (Abbrechen mit der zweiten Stelle nach dem Komma bei der Berechnung von $\bar{x}_j$).

Die durch das vorgeschlagene Verrechnungsverfahren sich ergebende Vereinfachung mag bei geringem Umfang des zu verarbeitenden Zahlenmaterials unbedeutend erscheinen. Sie wirkt sich jedoch mit wachsendem Zahlenmaterial ganz erheblich aus.

Ableitung der Formel (1): Es ist

$$\frac{P^2}{\Sigma d_i^2 \cdot \Sigma d_j^2} = \frac{[\Sigma x_{ij} (\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{x}_j - \bar{x})]^2}{\Sigma (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \cdot \Sigma (\bar{x}_j - \bar{x})^2}$$

$$= \frac{\left\{\frac{1}{N}\left[\Sigma x_{ij} X_i X_j - \Sigma x_{ij}\left(\frac{1}{M}\Sigma X_i^2 + \frac{1}{R}\Sigma X_j^2 - \frac{1}{N}(\Sigma x_{ij})^2\right)\right]\right\}^2}{\frac{1}{M}\left[\frac{1}{M}\Sigma X_i^2 - \frac{1}{N}(\Sigma x_{ij})^2\right]\frac{1}{R}\left[\frac{1}{R}\Sigma X_j^2 - \frac{1}{N}(\Sigma x_{ij})^2\right]}$$

$$= \frac{[\Sigma x_{ij} X_i X_j - \Sigma x_{ij} (\Sigma\text{AQ}_R + \Sigma\text{AQ}_Z + \text{Korr})]^2}{N \cdot \Sigma\text{AQ}_R \cdot \Sigma\text{AQ}_Z}$$

wobei $M$ die Anzahl der Zeilen (Wiederholungen), $R$ die Anzahl der Reihen (Pflanzen) darstellt.

Da das Fehlen der Additivität unter Umständen durch eine Fehlmessung bedingt ist, die bei dem einen oder anderen Versuchswert eine mehr oder weniger große Abweichung zur Folge hat, gibt Tukey (beim einfachen Test) ein Verfahren an, diese Möglichkeit auszuschließen. Diesem Verfahren liegt eine Prüfung der Korrelation zwischen den Größen $p_j$ und $\bar{x}_j$ zugrunde. Bei additiver Wirkung zeigen die Meßpunkte einen mehr oder weniger waagerechten Verlauf innerhalb des Vertrauensintervalles um $\bar{p} = \bar{p}_j$, das für $P = 0{,}05$ durch die Formel

$$\bar{p} \pm 2\sqrt{\Sigma d_i^2 \cdot \varnothing\,\Sigma\text{AQ}_{\text{Rest (zum Prüfen der Additivität)}}}$$

gegeben ist. Zeigen die Meßpunkte einen ansteigenden Trend und liegen ein oder mehrere Punkte außerhalb des Vertrauensintervalles, so ist zu prüfen, ob die Additivität mittels einer geeigneten Transformation herbeigeführt werden kann. Liegt aber der eine oder andere Punkt außerhalb des Vertrauensintervalles, ohne daß ein solcher Trend vorliegt, so ist mit einem falschen Versuchswert zu rechnen.

Diese Prüfung läßt sich bei der vorgeschlagenen Berechnungsweise in gleicher Weise durchführen, indem man von den Größen $\Sigma x_{ij} X_i$ zu $p_j$ übergeht und die Korrelation zwischen $M\,p_j$ und $X_j$ (anstelle von $p_j$ und $\bar{x}_j$) prüft. Es ist nämlich

$$M\,p_j = \Sigma x_{ij} X_i - M\,\bar{x}\,X_j.$$

Ferner ist

$$\Sigma d_i^2 = \frac{1}{M} \Sigma A Q_R\,.$$

Damit ergeben sich die Vertrauensgrenzen für $P = 0{,}05$ zu:

$$M\,\bar{p} \pm 2\sqrt{M\,\Sigma A Q_R \cdot \varnothing\,\Sigma A Q_{\text{Rest (zum Prüfen der Additivität)}}}$$

Für unser Beispiel sind die Vertrauensgrenzen sowie die einzelnen Meßpunkte mit den Tukeyschen sowie den eigenen Koordinaten aus Abb. 1 ersichtlich.

Indessen dürfte in zahlreichen Fällen auf diese Prüfung verzichtet werden können. Eine Fehlmessung, die eine bestehende Additivität zerstört, wird nämlich im allgemeinen so groß sein, daß sie in den meisten Fällen auch ohne diese Prüfung erkannt wird. Dies möge wiederum an unserm Beispiel veranschaulicht werden. Ändert man etwa das an der ersten *PMZ* von Pflanze 1 erzielte Ergebnis (8 Univalente) in 38 um (die Höchstzahl der Univalente beträgt 40), so bleibt die Additivität erhalten. Hingegen wird der Wert 38 für die Pflanze 1 sicher als ungewöhnlich angesehen werden. (In der Tat wurde bei dieser Pflanze unter 20 *PMZ* keine mit mehr als 8 Univalenten beobachtet.)

## 2. Prüfung der Additivität bei „lateinischen Quadraten" und mehrfachen Streuungszerlegungen

Für die allgemeine Form des TUKEY-Testes läßt sich eine Vereinfachung der Durchführung wohl nicht ohne weiteres erzielen. Dagegen ergeben sich für Zerlegungen nach drei und mehr Faktoren, wobei Wiederholungen einem Faktor gleichzusetzen sind, andere Möglichkeiten der Prüfung.

Bekanntlich sind bei allen Streuungszerlegungen mit mehreren Faktoren (den Hauptfaktoren) Wechselwirkungen zu unterscheiden, die als Nebenfaktoren einen prüfbaren Einfluß auf das zu untersuchende Geschehen ausüben. Die Wechselwirkung (interaction) stellt somit eine von den Hauptfaktoren verschiedene, jedoch durch diese bedingte zusätzliche Wirkung dar. Diese besteht z. B. bei zwei Faktoren $A$ und $B$ mit den Wirkungen 0 und $a$ bzw. 0 und $b$ darin, daß die Wirkung etwa des Faktors $A$ unter dem Einfluß der Wirkungsstufe $B = 0$ eine andere ist oder sein kann als unter dem Einfluß der Wirkungsstufe $B = b$. Die Differenz in den Wirkungen von $A$ auf den beiden Stufen von $B$ gibt ein Maß der bestehenden Wechselwirkung an. Nun kann leicht gezeigt werden, daß diese Wechselwirkung gleich 0 ist, falls die Wirkungen von $A$ und $B$ sich additiv verhalten. Dies läßt sich am einfachsten am Modell einer $2 \times 2$-Tafel demonstrieren. Ist $g$ die Grundstreuung und verhalten sich $A$ und $B$ einmal additiv, einmal multiplikativ, so ergeben sich folgende Verhältnisse:

a) $A$ und $B$ wirken additiv:

Faktor A

| o | $a$ | | Faktor B |
|---|---|---|---|
| $g$ | $g + a$ | o | |
| $g + b$ | $g + a + b$ | $b$ | |

b) $A$ und $B$ wirken multiplikativ:

Faktor $A$

| o | $a$ | | Faktor $B$ |
|---|---|---|---|
| $g$ | $ag$ | o | |
| $bg$ | $abg$ | $b$ | |

Die Wechselwirkung beträgt:

a) im Falle additiver Wirkung:

$$(g + a + b) - (g + b) - [(g + a) - g] \\ = (g + a + b) + g - (g + a) - (g + b) \\ = g + a + b + g - g - a - g - b \\ = 0$$

b) im Falle multiplikativer Wirkung:

$$(a\,b\,g - b\,g) - (a\,g - g) = a\,b\,g + g - a\,g - bg \\ = g\,(a - 1)\,(b - 1) \\ \neq 0, \text{ sofern nicht } a \text{ und/oder } b = 1 \text{ ist.}$$

Auch wenn die Wirkung einer anderen, von der additiven verschiedenen, Gesetzmäßigkeit folgt, ergibt sich durchweg eine von 0 verschiedene Wechselwirkung. GOULDEN (1952) sagt: „Es ist von Interesse, zu bemerken, daß nur im Falle additiver Wirkung die Wechselwirkung gleich 0 ist".

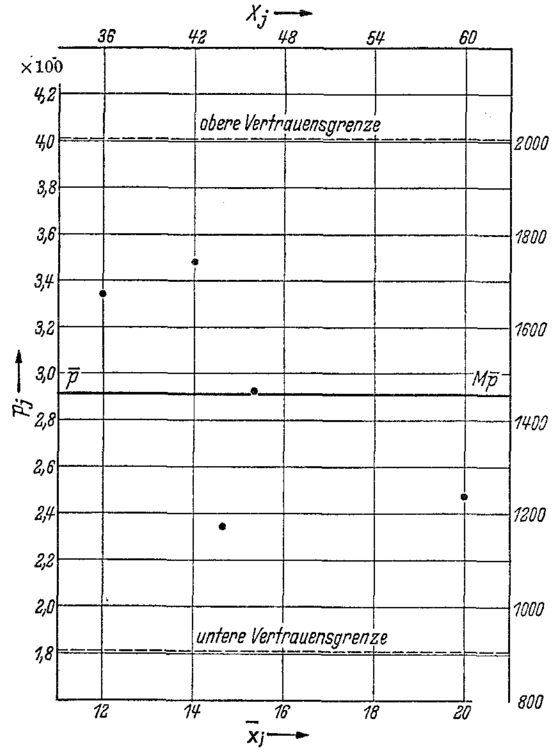


Abb. 1. $p_j$ (bzw. die Größe $M\,p_j$) als Funktion der durchschnittlichen Anzahl der Univalente $\bar{x}_j$, (bzw. der Summe der Univalente $X_j$) je Pflanze mitsamt den Durchschnittswerten $\bar{p}$ (bzw. $M\,\bar{p}$) und deren Vertrauensgrenzen für $P = 0{,}05$.

Somit liegt es nahe, bei einer mehrfachen Streuungszerlegung die Wechselwirkung zur Beurteilung der Additivität heranzuziehen. Dies ist nun praktisch erst von einer dreifachen bzw. von einer doppelten Streuungszerlegung, die mit Wiederholungen durchgeführt wurde, an möglich. Zwar stellen wir bereits bei einer doppelten Streuungszerlegung (ohne Wiederholungen) eine Wechselwirkung fest. Diese fällt jedoch mit der Rest(Fehler-)streuung zusammen und läßt sich aus diesem Grunde nicht beurteilen. Ähnlich liegen die Dinge beim „lateinischen Quadrat", so daß in diesem Falle der TUKEY-Test, und zwar im letzten Falle in seiner allgemeinen Form, zur Beurteilung der Additivität heranzuziehen ist. Das „lateinische Quadrat" ist somit der einzige Fall, in dem die allgemeine Form des TUKEY-Testes benötigt wird.

Ergibt sich bei einer mehrfachen Streuungszerlegung eine signifikante Wechselwirkung, so erfolgt die Beurteilung der zugehörigen Hauptwirkungen an Hand dieser Wechselwirkung. Nicht additive Wirkung eines oder beider Faktoren beeinträchtigt dabei die Leistung einer Streuungszerlegung unter Umständen nicht, sofern nämlich die zugehörigen Hauptwirkungen signifikant größer sind als die Wechselwirkung. In diesem, aber nur in diesem Falle vermittelt die Streuungszerlegung ohne weitere Prüfung ein richtiges Ergebnis, ohne daß die Voraussetzung der Additivität erfüllt ist. Überschreiten dagegen die Hauptwirkungen die Signifikanzgrenze nicht, so besagt dies nicht, daß eine entsprechende Wirkung nicht unter Umständen besteht. Hier vermag in vielen Fällen eine geeignete Transformation die Voraussetzungen für eine erfolgreiche Durchführung der Analyse zu vermitteln. Es gibt indessen Fälle, in denen auch dieser Weg nicht weiterführt, wenn sich nämlich keine Transformation finden läßt, die die Bedingung der Additivität herzustellen vermag. Ein derartiger Fall läßt sich leicht konstruieren. Nehmen wir wiederum eine 2 × 2-Tafel und lassen etwa die Wirkung von $A$ additiv, die von $B$ multiplikativ erfolgen:

| Faktor $A$ (additiv) → | 0 | $a$ | Faktor $B$ (multiplikativ) |
|---|---|---|---|
| | $g$ | $g + a$ | 0 |
| | $bg$ | $b\,(g + a)$ | $b$ |

Als Maß der Wechselwirkung ergibt sich in diesem Falle

$$\begin{aligned} b\,(g + a) - bg - [(g + a) - g] &= b\,g + a\,b - b\,g - \\ &\quad - g - a + g \\ &= a\,(b - 1) \\ &\neq 0, \text{ sofern nicht } \\ &\quad b = 1 \text{ ist.} \end{aligned}$$

In diesem Falle wird sich nur selten, wenn überhaupt, eine Transformation finden lassen, die die Bedingung der Additivität herstellt. Entweder wird man die Analyse aufteilen oder den Versuch zerlegen müssen, um die Wirkung der beiden heterogenen Faktoren prüfen zu können. Auch dafür ein kurzes Beispiel:

Im Zusammenhang mit der Beschreibung einer einfachen Methode zur Bestimmung der $CO_2$-Absorption mit Hilfe frei aufgestellter, mit Kalilauge als Reagens beschickter Sahneflaschen bringt H. WALTER (1951) folgendes Versuchsergebnis:

Tabelle 2. *Absorbierte $CO_2$-Menge an 3 verschiedenen Standorten (1. unter Taxus, Boden nicht bewachsen, 2. zwischen Aegopodiium unter Bäumen, 3. auf dem Balkon des Institutes) im Verlauf von 3 Tagen und 3 Nächten. Die für die Nächte angegebenen Werte sind hier auf die Dauer der Tagesversuche (10 Stunden) umgerechnet.*

| Datum | Zeit | $CO_2$ (in mg) absorbiert am Standort 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| 27. 9. | am Tage | 0,88 | 0,69 | 2,01 |
| | nachts | 1,43 | 1,40 | 1,34 |
| 28. 9. | am Tage | 0,87 | 0,59 | 2,06 |
| | nachts | 1,31 | 1,12 | 1,36 |
| 29. 9. | am Tage | 0,86 | 0,68 | 1,96 |
| | nachts | 1,19 | 1,00 | 1,16 |

Die Analyse ergibt folgende Streuungszerlegung (Tab. 3). In dieser Zerlegung erweisen sich die Wechselwirkungen Standorte × Tag- und Nachtmessungen und Versuchstage × Tag- und Nachtmessungen mit $P < 0{,}001$ bzw. $< 0{,}05$ als signifikant. Nicht signifikant dagegen ist die Wechselwirkung Versuchstage × Standorte. Der Vergleich der einzelnen Hauptwirkungen mit den entsprechenden Wechselwirkungen ergibt (wobei zur Prüfung der Tag- und Nachtmessungen die Wechselwirkungen Standorte × Tag- und Nachtmessungen sowie Versuchstage × Tag- und Nachtmessungen unter Berücksichtigung der Formel von SATTERTHWAITE — siehe COCHRAN und COX (1957) — zusammenzufassen sind), daß keine der Hauptwirkungen als signifikant angesehen werden kann. Dieses Ergebnis wird der Sachlage offensichtlich nicht gerecht. Es ist darauf zurückzuführen, daß die Voraussetzung der Additivität nicht erfüllt ist. Diesem Mangel ist nun im vorliegenden Falle durch keine Transformation zu begegnen, da sich eine geeignete Transformation nicht auffinden läßt (geprüft wurden die sonst meist zum Ziele führenden Transformationen $y = \log x$, $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$). Der Grund dieses Versagens ist darin zu suchen, daß die Wirkung der einzelnen Faktoren nicht der gleichen Gesetzmäßigkeit folgt. Während die Wirkung der Versuchstage und Standorte auf Grund der nicht signifikanten Wechselwirkung zwischen diesen Faktoren als additiv anzusehen ist, trifft dies für die Tag- und Nachtmessungen ($CO_2$-Absorption am Tage und in der Nacht) nicht zu. Auf die heterogene Wirkungsweise der verschiedenen Hauptwirkungen ist somit auch das Versagen der verschiedenen Transformationen zurückzuführen. Zerlegt man dagegen den Versuch und prüft die am Tage und in der Nacht durchgeführten $CO_2$-Messungen gleichfalls mit Hilfe einer Streuungszerlegung getrennt, so ergeben sich für die am Tage durchgeführten Messungen signifikante Unterschiede zwischen den einzelnen Standorten ($P < 0{,}001$), dagegen für die in der Nacht erfolgten Messungen zwischen den einzelnen Versuchstagen ($P < 0{,}05$). Ebenso lassen sich signifikante Unterschiede zwischen den $CO_2$-Aufnahmen am Tage und während der Nacht für die einzelnen Standorte nachweisen ($P < 0{,}01$ bzw. $0{,}001$). Es liegen somit eine ganze Reihe signifikanter Unterschiede vor, die jedoch in der Gesamtanalyse infolge Fehlens der Additivität nicht erfaßt werden. Diese Unterschiede treten zwar in den signifikanten Wechselwirkungen zutage. Diese Wechselwirkungen lassen jedoch, wie wir gesehen haben, nicht erkennen, wo die Unterschiede zwischen den wirksamen Faktoren liegen.

Tabelle 3. *Streuungszerlegung.*

| Ursache | $\Sigma AQ$ | Fg | $\varnothing\, \Sigma AQ$ | F |
|---|---|---|---|---|
| Total | 3,3958 | 17 | | |
| Versuchstage | 0,0676 | 2 | 0,0338 | $1{,}470^{-}$ |
| Standorte | 1,7664 | 2 | 0,8832 | $1{,}216^{-}$ |
| Tag- u. Nachtmessungen | 0,0280 | 1 | 0,0280 | |
| Versuchstage × Standorte | 0,0262 | 4 | 0,0066 | 3,000 |
| Standorte × Tag- u. Nachtmessungen | 1,4528 | 2 | 0,7264 | $330{,}182^{+++}$ |
| Versuchstage × Tag- u. Nachtmessungen | 0,0459 | 2 | 0,0230 | $10{,}455^{+}$ |
| Fehler | 0,0089 | 4 | 0,0022 | |

## Zusammenfassung

Für die einfache und doppelte Streuungszerlegung wird eine Vereinfachung in der Durchführung des TUKEY-Testes angegeben. Bei mehrfachen Streuungszerlegungen läßt sich die Beurteilung der Additivität leicht an Hand der Wechselwirkungen durchführen, die im Falle additiver Wirkung nicht signifikant sind. Die allgemeine Form des TUKEY-Testes bleibt somit auf die Beurteilung der Additivität im Falle eines „lateinischen Quadrates" beschränkt.

### Literatur

1. EISENHART, CHURCHILL: The assumptions underlying the analysis of variance. Biometrics **3**, 1—21 (1947). — 2. GOULDEN, C. H.: Methods of statistical analysis. 2. Aufl. New York-London (1952). — 3. COCHRAN, W. G., and G. COX: Experimental designs. 2. Aufl. New York-London (1957). — 4. SNEDECOR, GEORGE W.: Statistical methods. 5. Aufl. Ames, Iowa (1956). — 5. TUKEY, J. W.: One degree of freedom for non-additivity. Biometrics **5**, 232—242 (1949). — 6. TUKEY, J. W.: Answer to Query 113. Biometrics **11**, 111—113 (1955). — 7. WALTER, H.: Einführung in die Phytologie. III. Grundlagen der Pflanzenverbreitung. I. Teil: Standortlehre. Stuttgart/z. Zt. Ludwigsburg 1951. — 8. WEILING, F.: Genomanalytische Untersuchungen an $F_1$-Artbastarden zwischen Moschuskürbis (*Cucurbita moschata* Duch.) und der Wildart *Cucurbita foetidissima* HBK. Der Züchter **30**, 247—250 (1960).